

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

6. rujna 2017.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li $F(x) = 2x\sqrt{e^x}$ primitivna funkcija funkcije
 $f(x) = \sqrt{e^x}(x + 2)$? Obrazložite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int \frac{3x^2+2x+1}{(x^3+x^2+x+1)^2} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-1}^2 ((x-1)^3 + 1) dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \ln \sqrt{2x + 3y}$ oko $(x_0, y_0) = (5, -3)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.01$ i $\Delta y = -0.02$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = x^2 + 4x$ i $y = -x^2$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) 2x \sin y + y' = x^3 \quad (b) y + x = (y')^2$$

$$(c) 3x + y \tan x = y' \ln x \quad (d) y\sqrt{x} = y'(x^3 + 2).$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

6. rujna 2017.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Riješite integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{8 + \sin x}} dx.$$

(5 bodova)

(ii) Prijelazom na polarne koordinate izračunajte dvostruki integral

$$\iint_S \frac{2}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$$

ako je S područje omeđeno kružnicom $x^2 + y^2 = -4y$. (5 bodova)

2. (i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_1^2 dy \int_{\frac{1}{y}}^y f(x, y) dx.$$

(2 boda)

- (ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

- (iii) Izračunajte taj integral za

$$f(x, y) = \frac{y^2}{x^2}.$$

(5 bodova)

3. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \ln 2 - e^{1 - \frac{3}{2}x^2 - 2y^2}.$$

(i) Odredite druge parcijalne derivacije f_{xx} i f_{yy} . (4 boda)

(ii) Ispitajte lokalne ekstreme funkcije f . (6 bodova)

4. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' + \frac{y}{x^2} = -e^{\frac{1}{x}}.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi $y'(1) = 4e$. (3 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$2y'' + 4y' + 2y = 0.$$

(2 boda)

- (ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$2y'' + 4y' + 2y = 16e^{-3x}.$$

(4 boda)

- (iii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (ii) za koje vrijedi $y(0) = 3$ i $y'(0) = -2$. (4 boda)